

Création d'une chaire

Combinatoire au Collège de France

**Timothy GOWERS, nommé professeur titulaire de la chaire,
prononcera sa leçon inaugurale**

– le jeudi 21 janvier 2021, à 18 heures –

Diffusion en direct sur www.college-de-france.fr

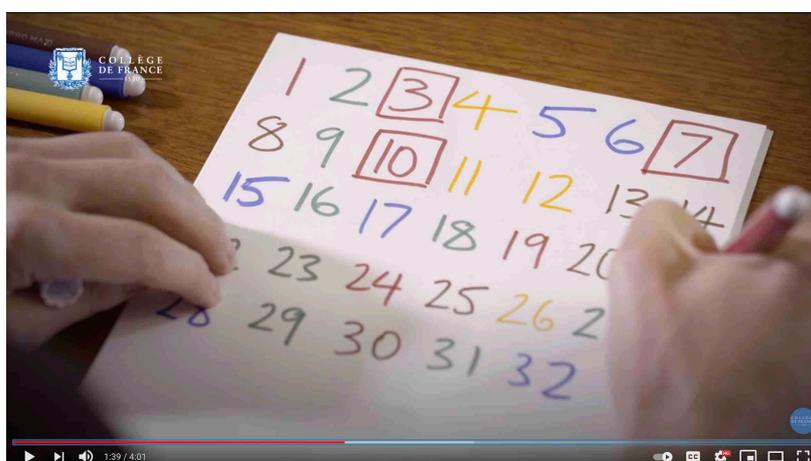
La combinatoire est la branche des mathématiques visant à dénombrer et à ordonner toutes les combinaisons possibles des éléments constitutifs d'un ensemble. Si elle est ancienne et apparaît dès les premiers développements, d'une part de l'algèbre, d'autre part des probabilités, ce n'est que récemment qu'elle s'est constituée en discipline. Elle jouit par conséquent d'une sorte d'ubiquité dans les mathématiques modernes, et s'illustre par une multiplicité d'interactions avec d'autres domaines comme la topologie, l'algèbre et la théorie des nombres, ou encore la géométrie algébrique.

Sir William Timothy GOWERS est né le 20 novembre 1963. Lauréat de nombreux prix dont celui de la Société mathématique européenne en 1996 et de la prestigieuse médaille Fields en 1998, formé à l'université de Cambridge, où il a occupé la chaire *Rouse Ball* en mathématique et a bénéficié de 2009 à 2020 du statut de *Research Professor* de la *Royal Society*, invité par l'Institut des hautes scientifiques (IHES) et par l'université de Princeton, avant d'être nommé au Collège de France en mai 2020, il s'est illustré par des travaux mobilisant de nombreux domaines des mathématiques et de façon toujours transversale. C'est le cas des recherches qu'il a menées au début de sa carrière de mathématicien sur les espaces de Banach, en associant de façon fructueuse les méthodes de la combinatoire et l'analyse fonctionnelle. Cette approche se retrouve aussi dans la démonstration qu'il a donnée du théorème de Szemerédi (lauréat du prix Abel 2012), qui traite de l'étude fine de la répartition des sous-ensembles de l'ensemble des entiers naturels ayant une densité positive, ainsi que dans plusieurs travaux reconnus comme pionniers faisant appel à la théorie des graphes ou aux méthodes probabilistes dans les groupes quasi-aléatoires.

Parallèlement à ses travaux de recherche, le professeur **Timothy GOWERS** mène une réflexion sur la pratique et la logique de la découverte en mathématique. Elle s'est déclinée de différentes manières, la plus célèbre étant le développement du projet Polymath, proposant un travail en collaboration de la communauté des mathématiciens sur des grands problèmes, ce qui est peut-être la seule réponse possible à la croissance exponentielle du savoir mathématique. Il s'intéresse aussi à la "résolution de problèmes", une autre manière de revenir aux sources du savoir

mathématique, qui est particulièrement pertinente au vu de l'importance croissante prise par l'intelligence artificielle dans de nombreux secteurs de recherche, ainsi qu'à la preuve par ordinateur.

Cette leçon inaugurale marque l'installation au Collège de France d'une figure mondiale des mathématiques, qui a l'ambition d'y renforcer la combinatoire, une discipline peu représentée en France au sein de la communauté mathématicienne, et également d'initier un dialogue nécessaire entre les "différentes formes d'intelligence", question tout aussi importante à l'intérieur qu'à l'extérieur des mathématiques.



Chaire Combinatoire. Professeur **Timothy Gowers**. Film de la série *Les Courts du Collège de France* (4'01s).

https://youtu.be/2E_03I67evs

Le **cours** de **Timothy GOWERS** au Collège de France débutera le 25 janvier 2021 (thème de cette année : *Outils de la combinatoire*). Le **séminaire** portera sur *La philosophie de la pratique des mathématiques*.

Cours, séminaires et leçons inaugurales sont ouverts à tous et gratuits, sans condition d'inscription préalable. Sauf exception, ils sont diffusés sur la plateforme www.college-de-france.fr (en direct pour les leçons inaugurales).

A ce jour, compte tenu des mesures sanitaires en vigueur, les enseignements ne sont pas ouverts au public. Ils sont enregistrés à huis clos et mis en ligne sur le site internet du Collège de France.

Lien vers les pages du professeur **Timothy GOWERS** :
<https://www.college-de-france.fr/site/timothy-gowers>

Combinatoire

Par le professeur Timothy GOWERS

La combinatoire est un domaine des mathématiques un peu paradoxal, car elle est à la fois simple et complexe, pauvre et riche, facile et difficile, pure et appliquée. Pour être plus précis, il y a des problèmes qui sont simples à énoncer mais qui ont des solutions complexes ; nous utilisons des hypothèses faibles mais les conséquences sont souvent d'une richesse surprenante ; les démonstrations peuvent être courtes et faciles à comprendre mais ingénieuses et difficiles à découvrir ; et les objets que nous étudions comme les graphes ou les familles de sous-ensembles d'un ensemble fini, sont d'intérêt purement mathématique mais les résultats les concernant ont des applications dans beaucoup d'autres domaines, tels que l'informatique, l'économie ou l'épidémiologie.

Le chercheur le plus célèbre du XXe siècle en combinatoire est sans doute Paul Erdős, un mathématicien hongrois autour duquel s'est formée à Budapest toute une école de combinatoire, qui a essaimé dans plusieurs autres pays, notamment les États-Unis, Israël et le Royaume Uni. Ici en France, l'accent a davantage été mis sur un autre type de combinatoire, caractérisé par des méthodes algébriques et des formules exactes. J'espère que mon rôle au Collège de France me permettra de promouvoir aussi la tradition d'Erdős, où on cherche plutôt des inégalités et des estimations.

Un des sous-domaines les plus importants de la combinatoire est la théorie des graphes. Un graphe est une collection de sommets, dont certains sont liés par des arêtes. Les graphes peuvent être utilisés pour représenter un large éventail de phénomènes du monde réel. Par exemple, les sommets pourraient représenter des sites web et les arêtes les liens entre les sites. Ou bien les sommets pourraient représenter des gens et les arêtes les transmissions potentielles du Covid. En général, les graphes représentent d'une façon abstraite des réseaux : les sommets représentent les objets du réseau et les arêtes représentent les relations entre ces objets. En 1947, Paul Erdős a réalisé qu'on peut obtenir des graphes avec des propriétés intéressantes si l'on choisit leurs arêtes au hasard ; cela a eu des conséquences importantes. De nombreux problèmes combinatoires ont été résolus avec l'aide des graphes aléatoires alors qu'on ne sait toujours pas les résoudre au moyen d'une construction explicite.

Quarante ans plus tard, Andrew Thomason a introduit l'idée de graphe "quasi-aléatoire", c'est à dire un graphe qui partage certaines propriétés typiques avec un graphe aléatoire sans forcément être choisi au hasard. C'était important, parce que l'idée des objets quasi-aléatoires nous donne un moyen puissant de comprendre et d'analyser des objets non structurés. Un exemple pertinent pour mes propres recherches est un théorème célèbre d'Endre Szemerédi. Szemerédi a démontré qu'un ensemble "dense" de nombres entiers doit contenir des progressions arithmétiques arbitrairement longues. C'est un exemple du phénomène que j'ai mentionné plus haut : un théorème facile à énoncer mais difficile à



prouver. J'ai trouvé une démonstration plus quantitative que celle de Szemerédi, et l'idée de base était de diviser l'argument en deux parties : soit l'ensemble est quasi-aléatoire et on peut le comprendre, soit il est un petit peu structuré, ce que l'on peut exploiter. En général, l'interaction entre le hasard et la structure est fascinante, et une partie importante de mes recherches y est consacrée. La définition de "quasi-aléatoire" dans le contexte du théorème de Szemerédi n'était pas évidente. Elle a fait l'objet d'une autre de mes préoccupations mathématiques : le début d'une théorie d'analyse de Fourier "d'ordre supérieur", et plus généralement des versions d'ordre supérieur de plusieurs outils et résultats de la combinatoire.

Un troisième thème de mes recherches est ce que l'on pourrait appeler la structure approximative, qui se manifeste quand on relâche des contraintes fortes. Souvent, si l'on impose des contraintes maximales sur un objet, comme par exemple un graphe, on trouve que l'objet doit avoir une structure très précise, et si l'on impose des contraintes un peu plus faibles, chaque objet qui satisfait les contraintes est très similaire à un objet qui a cette structure. Mais si on relâche les contraintes encore davantage, de nouvelles structures commencent à apparaître, qui ont des ressemblances avec les structures extrêmes mais qui sont plus générales et plus complexes.

W.T. GOWERS

Biographie



Crédit : Collège de France

Timothy GOWERS est né en 1963 à Marlborough, Royaume-Uni. Il étudie les mathématiques à l'université de Cambridge, où il obtient son doctorat sous la direction de Béla Bollobás. Après deux ans comme *Research Fellow* de *Trinity College* (Cambridge), il devient maître de conférences à *University College London*, avant de retourner à Cambridge en 1995, d'abord comme maître de conférences, puis à partir de 1998 comme titulaire de la chaire *Rouse Ball* de mathématiques. Il fut professeur invité à l'université de Princeton entre 2000 et 2002.

Entre 2009 et 2020, il occupe un poste de *Research Professor* de la *Royal Society*. Pendant l'année universitaire 2017-2018, il est lauréat de la chaire de la Fondation Sciences Mathématiques de Paris. Il reçoit le prix de la Société mathématiques européenne en 1996, et la médaille Fields en 1998. En 2012, il est fait chevalier de l'ordre de l'Empire britannique pour services rendus aux mathématiques. Il est l'auteur de *Mathematics, A Very Short Introduction* (paru en 2011 chez Vuibert sous le titre *Petite initiation aux mathématiques*), et l'éditeur principal du *Princeton Companion to Mathematics* (2008).

Timothy GOWERS est nommé en mai 2020 professeur du Collège de France, sur la chaire Combinatoire.

Biographie complète, prix et distinctions, CV et bibliographie :
<https://www.college-de-france.fr/site/timothy-gowers>



Enseignement au Collège de France

La mission du Collège de France est d'enseigner "le savoir en train de se faire". Mon intention est de présenter, sur plusieurs années, une large perspective de mon domaine, la combinatoire, mettant l'accent sur des problèmes ouverts, et surtout des problèmes liés à ma propre recherche.

Mon premier cours, "**Outils de la combinatoire**", servira d'introduction : j'y parlerai de quelques techniques de base qui forment une partie importante de ma boîte à outils (et celle de beaucoup d'autres chercheurs). Dans les années qui suivront, je souhaite aborder des sujets plus spécialisés comme l'**analyse discrète de Fourier**, les **liens entre la combinatoire et l'informatique**, et la **théorie des structures quasi-aléatoires**.

Mon séminaire s'adresse à un public plus large. Pour la première année le thème sera la **philosophie de la pratique des mathématiques**. Je m'intéresse beaucoup à deux sujets liés l'un à l'autre : d'une part, le processus de la découverte mathématique, et d'autre part, la démonstration de théorèmes par ordinateur. Malgré les progrès rapides et récents en matière d'intelligence artificielle, on est loin d'avoir un système automatique capable de résoudre des problèmes mathématiques intéressants – même ceux que les mathématiciens humains trouvent assez faciles. Pour mieux comprendre ce phénomène, il est nécessaire de réfléchir sur la façon dont les mathématiciens travaillent et sur la nature même des mathématiques.

Cours le lundi de 10 heures à 12 heures : 8 séances entre le 25 janvier et le 1^{er} mars.

Accès à l'agenda du cours (**Outils de la combinatoire**) :

<https://www.college-de-france.fr/site/timothy-gowers/course-2020-2021.htm>

Séminaire le lundi de 14 heures à 15 heures : 8 séances entre le 25 janvier et le 1^{er} mars.

Accès à l'agenda du séminaire (**La philosophie de la pratique des mathématiques**) :

<https://www.college-de-france.fr/site/timothy-gowers/seminar.htm>

Les enseignements du professeur **Timothy GOWERS** sont ouverts à tous, accessibles gratuitement et sans inscription, dans la limite des places disponibles (compte tenu des contraintes épidémiques, vérifier les conditions d'accès au public sur le site internet de l'établissement au préalable). Ils seront également diffusés en vidéo sur www.college-de-france.fr.



À propos du Collège de France :

Le Collège de France, établissement public d'enseignement supérieur et de recherche, répond depuis 1530 à une double vocation : être à la fois le lieu de la recherche la plus audacieuse et celui de son enseignement. On y enseigne ainsi à tous les publics intéressés, sans aucune condition d'inscription, « le savoir en train de se constituer dans tous les domaines des lettres, des sciences ou des arts ». Le Collège de France a également pour mission de favoriser l'émergence de disciplines nouvelles, l'approche multidisciplinaire de la recherche de haut niveau et de diffuser les connaissances en France et à l'étranger.

La grande majorité des enseignements qui y sont dispensés sont librement disponibles sur son site internet dans des formats variés : films et enregistrements des cours, podcasts, iconographie et références bibliographiques, publications originales des éditions du Collège de France...

Le Collège de France est membre associé de l'Université PSL.

www.college-de-france.fr

Contact pour la presse et les médias :

Guillaume Kasperski : presse@college-de-france.fr ; tél. + 33 1 44 27 12 72, +33 6 38 54 80 87